

|  |
| --- |
| МИНОБРНАУКИ РОССИИ |
| Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  высшего образования  **"МИРЭА - Российский технологический университет"**  **РТУ МИРЭА** |

**Институт** Информационных Технологий

**Кафедра** Вычислительной Техники

**ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА №1**

**по дисциплине**

**«Теория принятия решений»**

**Метод Парето**

Студент группы:ИКБО-04-22 \_\_Кликушин В.И.\_\_\_\_\_\_\_\_ *(Ф. И.О. студента)*

Преподаватель \_\_Железняк Л.М.\_\_

*(Ф.И.О. преподавателя)*

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |

Москва 2024

**СОДЕРЖАНИЕ**

[ВВЕДЕНИЕ 3](#_Toc130762925)

[1 МЕТОД ПАРЕТО 4](#_Toc130762926)

[1.1 Выбор Парето-оптимального множества 4](#_Toc130762927)

[1.2 Указание верхних/нижних границ критериев. 7](#_Toc130762928)

[1.3 Субоптимизация 8](#_Toc130762929)

[1.4 Лексикографическая оптимизация 9](#_Toc130762930)

[1.5 Результаты работы программы 10](#_Toc130762931)

[ЗАКЛЮЧЕНИЕ 12](#_Toc130762932)

[СПИСОК ИНФОРМАЦИОННЫХ ИСТОЧНИКОВ 13](#_Toc130762933)

[ПРИЛОЖЕНИЯ 14](#_Toc130762934)

ВВЕДЕНИЕ

Цель работы: познакомиться с методом Парето и применить его для нахождения оптимальной альтернативы в заданной предметной области.

Предметная область: выбор оптимального высшего учебного заведения.

Метод Парето применяется в задачах многокритериальной оптимизации,

т.е. если альтернативы нужно сравнивать по двум и более критериям. Например, к таким задачам относится задача выбора оптимальной квартиры, где критериями выступают цена, удалённость от метро, площадь и т.д.

Суть метода заключается в простом сравнении альтернатив друг с другом по критериям.

Для сужения получаемого множества оптимальных альтернатив существуют метод указания верхних/нижних границ; субоптимизация и лексикографическая оптимизация.)

1. МЕТОД ПАРЕТО

Суть метода Парето заключается в прямом сравнении альтернатив между

собой. Сравнение производится по критериям, причём по каким-то критериям

требуется максимизация, а по каким-то – минимизация. Если одна альтернатива

лучше другой по всем критериям, то она называется доминирующей, а другая

альтернатива называется доминируемой. Если есть критерии, по которым одна

альтернатива лучше другой, и есть критерии, по которой она хуже, то эти

альтернативы являются несравнимыми.

В Парето-оптимальное множество входят только те альтернативы, которые не хуже всех других альтернатив, т.е. которые не является доминируемыми по сравнению с любой другой альтернативой.

## **Выбор Парето-оптимального множества**

Задача: выбрать оптимальное высшее учебное заведение для поступления на направление «программная инженерия». Рассмотренные критерии выбора:

* Проходной балл на бюджет, взятый за 2023 год
* Количество бюджетных мест, взятое за 2023 год
* Минимальная стоимость обучения за год на 2023 год
* Размер государственной академической стипендии для студентов, сдавших сессию на «хорошо» и «отлично» на 2023 год
* Национальный рейтинг университета на основе информации с сайта academia.interfax.ru
* Расстояние до общежития (километры)

В таблице 1.1.1 приведены десять альтернатив и шесть критериев для выбора оптимального технического высшего учебного заведения.

*Таблица 1.1.1 – Альтернативы и критерии*

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| № | Варианты  решений | Критерии | | | | | |
| Проходной балл (+) | Количество бюджетных мест (-) | Стоимость обучения (руб.) (+) | Размер стипендии (руб.) (+) | Рейтинг университета (баллы) (+) | Рассто-  яние до обще-жития (км) (-) |
| 1 | РТУ МИРЭА | 276 | 285 | 320000 | 1800 | 843 | 13,7 |
| 2 | МГТУ имени Н.Э. Баумана | 291 | 84 | 363040 | 1854 | 964 | 4,2 |
| 3 | ВШЭ | 295 | 135 | 700000 | 1994 | 878 | 7,9 |
| 4 | МАИ | 247 | 25 | 277770 | 1765 | 761 | 12,4 |
| 5 | ИТМО | 304 | 45 | 349000 | 2252 | 838 | 3,4 |
| 6 | СПбГУ | 276 | 35 | 335300 | 1843 | 915 | 7,3 |
| 7 | МТУСИ | 263 | 60 | 290000 | 1799 | 705 | 8,4 |
| 8 | СГУ им. Чернышев-ского | 192 | 30 | 42960 | 1454 | 847 | 12,3 |
| 9 | НИЯУ МИФИ | 300 | 37 | 287000 | 1875 | 975 | 15 |
| 10 | МФТИ | 290 | 30 | 432000 | 1900 | 965 | 4,8 |

Знаком (-) указывается отрицательное стремление критерия (чем меньше, тем лучше), а знаком (+) – положительное (чем больше, тем лучше). В таблице 1.1.2 приведен результат попарного сравнения альтернатив.

*Таблица 1.1.2 – Сравнения альтернатив*

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | A1 | A2 | A3 | A4 | A5 | A6 | A7 | A8 | A9 | A10 |
| A1 | x | x | x | x | x | x | x | x | x | x |
| A2 | А2 | x | x | x | x | x | x | x | x | x |
| A3 | А3 | н | x | x | x | x | x | x | x | x |
| A4 | н | н | н | x | x | x | x | x | x | x |
| A5 | н | н | н | н | x | x | x | x | x | x |
| A6 | А6 | н | н | н | н | x | x | x | x | x |
| A7 | н | н | н | н | А5 | А6 | x | x | x | x |
| A8 | н | н | н | н | н | н | н | x | x | x |
| A9 | н | н | н | н | н | н | н | н | x | x |
| A10 | А10 | н | н | н | н | А10 | А10 | А10 | н | x |

Парето-оптимальное множество определено альтернативами {2, 3, 4, 5, 9, 10} (МГТУ имени Н.Э. Баумана, ВШЭ, МАИ, ИТМО, НИЯУ МИФИ, МФТИ). Парето-оптимальное множество представлено в таблице 1.1.3.

*Таблица 1.1.3 – Парето-оптимальное множество*

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| № | Варианты  решений | Критерии | | | | | |
| Проходной балл (+) | Количество бюджетных мест (-) | Стоимость обучения (руб.) (+) | Размер стипендии (руб.) (+) | Рейтинг университета (баллы) (+) | Рассто-  яние до обще-жития (км) (-) |
| 2 | МГТУ имени Н.Э. Баумана | 291 | 84 | 363040 | 1854 | 964 | 4,2 |
| 3 | ВШЭ | 295 | 135 | 700000 | 1994 | 878 | 7,9 |
| 4 | МАИ | 247 | 25 | 277770 | 1765 | 761 | 12,4 |
| 5 | ИТМО | 304 | 45 | 349000 | 2252 | 838 | 3,4 |
| 9 | НИЯУ МИФИ | 300 | 37 | 287000 | 1875 | 975 | 15 |

*Продолжение таблицы 1.1.3*

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 10 | МФТИ | 290 | 30 | 432000 | 1900 | 965 | 4,8 |

Очевидно, что выделение множества Парето часто не является удовлетворительным решением. Это связано с тем, что при достаточно большом исходном множестве вариантов множество Парето оказывается недопустимо большим для того, чтобы ЛПР было бы в состоянии осуществить выбор самостоятельно. Таким образом, выделение множества Парето можно рассматривать лишь как предварительный этап оптимизации, и налицо проблема дальнейшего сокращения этого множества.

# Указание верхних/нижних границ критериев.

Установим верхнюю и нижнюю границы.

Нижняя граница: проходной балл должен быть не ниже 270 и рейтинг университета должен быть не ниже 840 баллов.

Верхняя граница: расстояние до общежития должно быть менее 14 км

В таблице 1.2.1 приведено множество альтернатив после отсечения по верхним и нижним границам:

*Таблица 1.2.1 – Парето-оптимальное множество*

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| № | Варианты  решений | Критерии | | | | | |
| Проходной балл (+) | Количество бюджетных мест (-) | Стоимость обучения (руб.) (+) | Размер стипендии (руб.) (+) | Рейтинг университета (баллы) (+) | Рассто-  яние до обще-жития (км) (-) |
| 1 | РТУ МИРЭА | 276 | 285 | 320000 | 1800 | 843 | 13,7 |
| 2 | МГТУ имени Н.Э. Баумана | 291 | 84 | 363040 | 1854 | 964 | 4,2 |
| 3 | ВШЭ | 295 | 135 | 700000 | 1994 | 878 | 7,9 |
| 6 | СПбГУ | 276 | 35 | 335300 | 1843 | 915 | 7,3 |
| 10 | МФТИ | 290 | 30 | 432000 | 1900 | 965 | 4,8 |

Заметим, что альтернативы A2, A3, А6, A10 доминируют над A1 в то время, как А10 доминирует над А6. Следовательно, Парето-оптимальное множество состоит из альтернатив {2, 3, 10}. Единственную альтернативу выбрать не удалось в силу не слишком «жестких границ» для критериев.

* 1. **Субоптимизация**

Главный критерий: рейтинг университета.

Нижняя граница: проходной балл должен быть не ниже 290 и рейтинг университета должен быть не ниже 840 баллов.

Верхняя граница: расстояние до общежития должно быть менее 14 км

Отбросим варианты, которые не удовлетворяют данным ограничениям и составим таблицу 1.3.1 результата субоптимизации.

*Таблица 1.3.1 – Результат субоптимизации*

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| № | Варианты  решений | Критерии | | | | | |
| Проходной балл (+) | Количество бюджетных мест (-) | Стоимость обучения (руб.) (+) | Размер стипендии (руб.) (+) | Рейтинг университета (баллы) (+) | Рассто-  яние до обще-жития (км) (-) |
| 2 | МГТУ имени Н.Э. Баумана | 291 | 84 | 363040 | 1854 | 964 | 4,2 |
| 3 | ВШЭ | 295 | 135 | 700000 | 1994 | 878 | 7,9 |
| 10 | МФТИ | 290 | 30 | 432000 | 1900 | 965 | 4,8 |

Учитывая главный критерий, оптимальным решением является МФТИ, т.к. у этого университета наибольший рейтинг. Заметим, что окончательное решение имеет субъективный характер.

* 1. **Лексикографическая оптимизация**

Лексикографическая оптимизация основана на упорядочении критериев по их относительной важности. На первом шаге отбирают исходы, которые имеют максимальную оценку по важнейшему критерию. Если такой исход единственный, то его и считают оптимальным. Если же таких исходов несколько, то среди них отбирают те, которые имеют максимальную оценку по следующему за важнейшим критерию.

Установим следующий приоритет критериев: рейтинг университета, проходной балл, стоимость обучения, количество бюджетных мест, расстояние до общежития, размер стипендии.

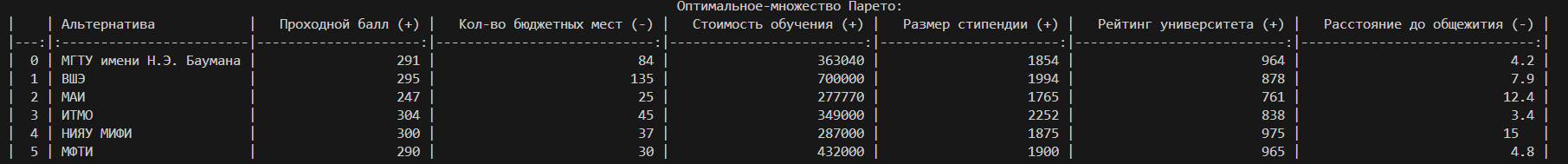
При сравнении альтернатив лишь по первому критерию остается всего одно решение, которое является наилучшим. Вынесем оптимальное решение в таблицу 1.4.1.

*Таблица 1.4.1 – Лексикографическая оптимизация*

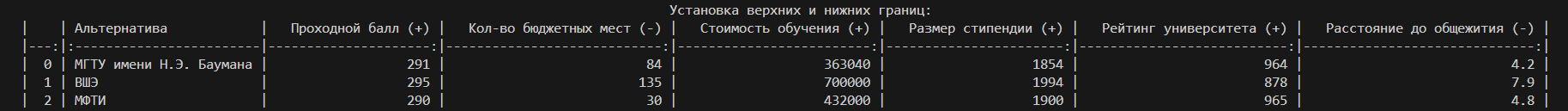
|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| № | Варианты  решений | Критерии | | | | | |
| Проходной балл (+) | Количество бюджетных мест (-) | Стоимость обучения (руб.) (+) | Размер стипендии (руб.) (+) | Рейтинг университета (баллы) (+) | Рассто-  яние до обще-жития (км) (-) |
| 9 | НИЯУ МИФИ | 300 | 37 | 287000 | 1875 | 975 | 15 |

Лексикографическая оптимизация позволяет выделить единственное наилучшее решение.

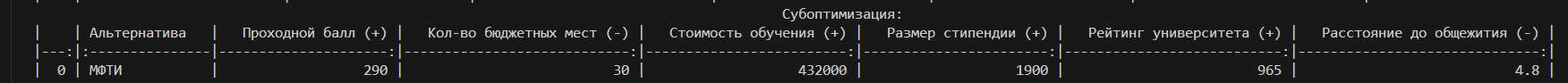
**1.5 Результаты работы программы**



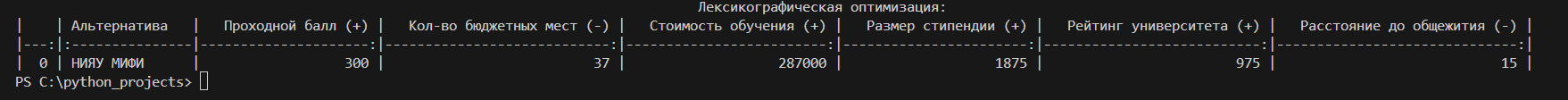
**Рисунок 1.5.1 – Оптимальное множество Парето**



**Рисунок 1.5.2 – Установка верхних и нижних границ**



**Рисунок 1.5.3 – Субоптимизация**



**Рисунок 1.5.4 – Лексикографическая оптимизация**

Изображение выглядит как текст, снимок экрана, Шрифт

Автоматически созданное описание

**Рисунок 1.5.5 – Границы для оптимизации и приоритеты критериев**

**ЗАКЛЮЧЕНИЕ**

В ходе выполнения данной практической работы мной был изучен метод

Парето, применён на практике для определения оптимального решения в задаче нахождения оптимального высшего учебного заведения, а также сделана программная реализация. Это было проделано также и для методов сужения.

Основным плюсом метода Парето является простота реализации, однако в результате может получиться несколько оптимальных альтернатив, из-за чего ЛПР придётся самостоятельно выбирать одно из них. Методы сужения помогают решить эту проблему, однако выбор характера сужения носит субъективный характер.

**СПИСОК ИНФОРМАЦИОННЫХ ИСТОЧНИКОВ**

1. Болотова Л. С. Многокритериальная оптимизация. Болотова Л. С., Сорокин А. Б. [Электронный ресурс] / Метод. указания по вып. курсовой работы — М.: МИРЭА, 2015.
2. Сорокин А. Б. Методы оптимизации: гибридные генетические алгоритмы. Сорокин А. Б. [Электронный ресурс] / Учебно-метод. пособие — М.: МИРЭА, 2016.
3. Сорокин А. Б. Линейное программирование: практикум. Сорокин А. Б., Бражникова Е. В., Платонова О. В. [Электронный ресурс] / Учебно-метод. пособие — М.: МИРЭА, 2017.

**ПРИЛОЖЕНИЯ**

Приложение А – Код реализации метода Парето на языке Python.

**Приложение А**

Код реализации метода Парето на языке Python.

Листинг А.1. Реализация Парето.

import csv

import pandas as pd

def print\_table(data):

'''Функция для вывода таблицы'''

print(pd.DataFrame(data).to\_markdown())

def compare\_alternatives(a, b):

'''Функция для сравнения альтернатив по отношению Парето-доминирования'''

counter = 0

for key in a:

if '+' in key:

counter += (float(a[key]) > float(b[key]))

elif '-' in key:

counter += (float(a[key]) < float(b[key]))

return 1 if counter == len(a) - 1 else -1 if counter == 0 else 0

def create\_Pareto\_set(data):

'''Функция для создания оптимального множества Парето по входящему множеству альтернатив'''

losers, winners = [], []

for i in range(len(data)):

for j in range(i+1, len(data)):

n = compare\_alternatives(data[i], data[j])

if n == 1:

losers.append(data[j])

elif n == -1:

losers.append(data[i])

for i in range(len(data)):

if data[i] not in losers:

winners.append(data[i])

return winners

def branches\_and\_boundaries(data, branches):

'''Метод указания верхних и нижних границ критериев'''

winners = []

for i in data:

flag = False

for j in branches:

key, value = list(j.items())[0]

if key.count('-'):

if float(i[key]) > value:

flag = True

else:

if float(i[key]) < value:

flag = True

if not flag:

winners.append(i)

return create\_Pareto\_set(winners)

def suboptimization(data, branches, main\_criteria):

'''Метод субоптимизации'''

Продолжение Листинга А.1.

data = branches\_and\_boundaries(data, branches)

maxi = max(data, key=lambda i: i[main\_criteria])

return list(filter(lambda x: x[main\_criteria] == maxi[main\_criteria], data))

def lexical\_optimization(data, priority):

'''Лексикографический метод'''

return [max(data, key = lambda item: tuple(item[key] for key in priority))]

with open('TPR\_PRACT1\_LIST.csv', encoding='utf-8') as file:

data = [d for d in csv.DictReader(file)]

print("Исходная таблица с альтернативами и критериями:".center(201))

print\_table(data)

print("Оптимальное-множество Парето:".center(201))

print\_table(create\_Pareto\_set(data))

print("Установка верхних и нижних границ:".center(201))

branches = [{"Проходной балл (+)": 270}, {"Рейтинг университета (+)": 840},

{"Расстояние до общежития (-)": 14}]

print\_table(branches\_and\_boundaries(data, branches))

print("Субоптимизация:".center(201))

branches = [{"Проходной балл (+)": 290}, {"Расстояние до общежития (-)": 14}]

main\_criteria = "Рейтинг университета (+)"

print\_table(suboptimization(data, branches, main\_criteria))

print("Лексикографическая оптимизация:".center(201))

priority = ("Рейтинг университета (+)", "Проходной балл (+)", "Стоимость обучения (+)",

"Кол-во бюджетных мест (-)", "Расстояние до общежития (-)",

"Размер стипендии (+)")

print\_table(lexical\_optimization(data, priority))